Mekanik-föreläsning 4.5.2. Carlo 26/4-18 Tors

Formellåda:

$\Delta E = U$

$U_{1-2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$T = \frac{1}{2} m v^2$

För konservativa $\vec{F}$:

$V(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow E = T + V$

Tyngdkraft

$V(z) = mgz - V_0$

Fjäderkraft

$V(\Delta l) = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2$

Uppgift 9.16 + 9.30

Problemlösningstrategi med energiprincipen

Generell tumregel:

Problemet "bryr sig" om tiden $\rightarrow$ rörelsemängdsprincipen

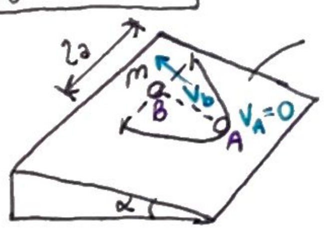
$\dot{\vec{P}} = \vec{F}$: $m\vec{a} = \vec{F}$

Problemet "bryr sig" om tiden $\Rightarrow$ energiprincipen $\Delta E = U$

Om energiprincipen:

1) Definiera systemet. Frilägg! Rita krafter osv
2) Definiera läge A respektive läge B. Rita figurer med krafter
3) Ställ upp uttryck för energin i läge A resp B ($E = T + V$)
4) Ställ upp ekvation utifrån energiprincipen: $\boxed{E_B - E_A = U_{A-B}}$
5) Lös ekvationen

Uppgift 9.16



strävt

Bandet: elastisk konstant k, naturlig längd 2a

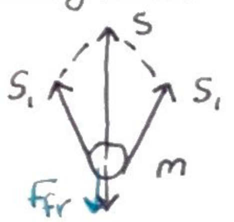
Friktionstalet: μ

Sökt $V_B = ?$

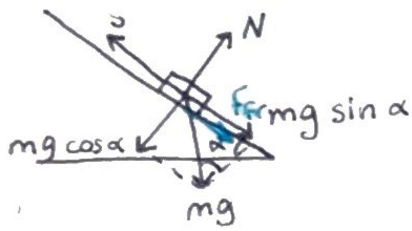
Lösning

1) Systemet: Partikeln med massan m

2) Läge A:



sett uppifrån



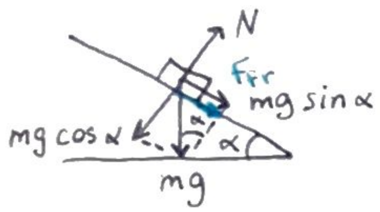
Sett från sidan

$F_{fr} = \mu N$

$V_A = 0$

Läge B:

Sett uppifrån



Från sidan

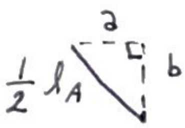
3) Läge A: $E_A = T_A + V_A$

$T_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$

nollnivån vid A

$V_A = V_{Ag} + V_{Afj} = 0 + \frac{1}{2} k (\Delta l)$

Bandets förlängning $\Delta l = ?$



Pythagoras $\Rightarrow \frac{1}{2} l_A = \sqrt{a^2 + b^2}$

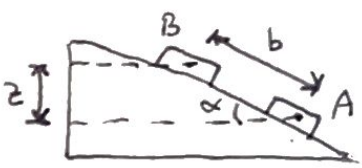
$\Delta l = l_A - l_0 = 2\sqrt{a^2 + b^2} - 2a$

$\Rightarrow V_A = \frac{1}{2} k \left(2\sqrt{a^2 + b^2} - 2a\right)^2$

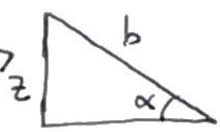
$\Rightarrow E_A = T_A + V_A = \frac{1}{2} k \left(2\sqrt{a^2 + b^2} - 2a\right)^2$

Läge B:

$E_B = T_B + V_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + V_{Bg} = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgz$



$\Rightarrow$



$z = b \sin \alpha$

4) Energiprincipen:

$$\Delta E = U \Rightarrow E_B - E_A = U_{A-B}$$

$$\rightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{2} m v_B^2 + mg\, b \sin\alpha\right)}_{E_B} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} k \left(2\sqrt{a^2+b^2} - 2a\right)\right)}_{E_A} = U_{A-B}$$

$$U_{A-B} = -F_{fr} \cdot b = -\mu N b = -\mu mg\, b \cos\alpha$$

F_{fr} & b pekar i motsatta riktningar

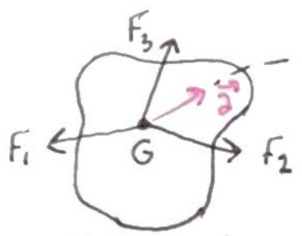
$$\frac{1}{2} m v_B^2 + mg\, b \sin\alpha - \frac{1}{2} k \left(2\sqrt{a^2+b^2} - 2a\right)^2 = -\mu mg\, b \cos\alpha \qquad (5)$$

5) Lös ekvation (5)

$$V_B = \sqrt{\frac{4k\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2}{m} - 2g\, b \sin\alpha - 2\mu g\, b \cos\alpha}$$

Kapitel 10 - Rörelsemängdsmomentsprincipen

Translationsrörelse beskrivs av $\dot{\vec{p}} = \vec{F}$ / $m\vec{a} = \vec{F}$



translation

Föremål

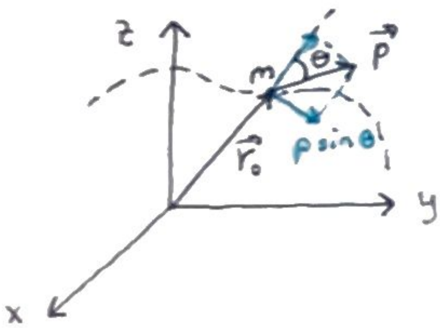
Rotationsrörelse beskrivs av $\boxed{\dot{\vec{H}}_o = \vec{M}_o}$

kraftmoment

Rörelsemängdsmoment

$\vec{H}_o$: Rörelsemängdsmomentet för en partikel map en punkt O

Def $\boxed{\vec{H}_o = \vec{r}_o \times \vec{p}}$ (jmfr m. $\vec{M}_o = \vec{r}_o \times \vec{F}$)



$$|\vec{r}_0 \times \vec{p}| = r_0\, p \sin\theta$$

Vad är detta med H_0 ?!

<u>Svar:</u> Ett mått på hur "mycket" partikeln rör sig i en cirkelbana runt O.

$$\begin{cases} \text{Om } \vec{p} \perp \vec{r}_0 & \Rightarrow H_0 = r_0 p \\ \text{Om } \vec{p} \not\perp \vec{r}_0 & \Rightarrow H_0 < r_0 p \end{cases}$$

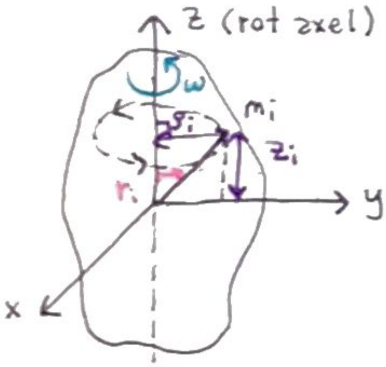
Derivera $\vec{H}_0$!

$$\dot{\vec{H}}_0 = \frac{d}{dt}(\vec{r}_0 \times \vec{p}) = \dot{\vec{r}}_0 \times \vec{p} + \vec{r}_0 \times \dot{\vec{p}} = \underbrace{\vec{v} \times \vec{p}}_{\vec{p} = m\vec{v}} + \vec{r}_0 \times \vec{F} = 0 + \underbrace{\vec{r}_0 \times \vec{F}}_{\vec{M}_0} = \vec{M}_0$$

$$\vec{v} \times \vec{p} = \vec{v} \times m\vec{v} = m(\vec{v} \times \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{\vec{H}}_0 = \vec{M}_0 \quad \text{(rörelsemängdsprincipen)}$$

Rotation av en <u>stel</u> kropp kring en <u>fix</u> axel



Vinkelhastighet ω

<u>Def</u> $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$

$$\vec{r}_i = \rho_i \hat{r} + z_i \hat{z}$$

$$\vec{v}_i = \cancel{\underset{=0}{\dot{\rho}_i} \hat{r}} + \rho_i \underset{=\omega}{\dot{\theta}} \hat{\theta} + \cancel{\underset{=0}{\dot{z}_i} \hat{z}} = \rho_i \omega \hat{\theta}$$