Mekanik-föreläsning 4.4.2 Carlo 19/4-18 Tors

kapitel 8 Rörelsemängdsprincipen

$\boxed{\dot{\vec{p}} = \vec{F}}$, $\vec{p} = m\vec{v}$, $\dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$, $\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$

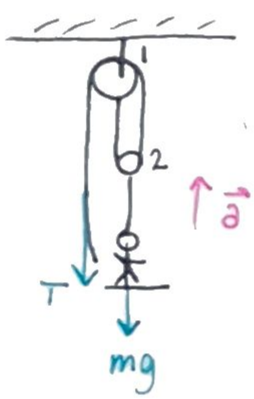
Om m = konstant $\rightarrow \dot{\vec{p}} = m\frac{d}{dt}\vec{v} = m\dot{\vec{v}} = m\vec{a}$

$\rightarrow \boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$ Newtons andra lag, rörelseekvation/kraftekvation

Vid problemlösning i dynamik

1) Frilägg & rita in alla krafter $\rightarrow \vec{F}$
2) Inför ett lämpligt koordinatsystem (kartesiska, cylinder, naturliga) & inför $\vec{a}$ & $\vec{v}$ (VL i newton 2)
3) Teckna rörelseekvationer
4) Lös ekv.

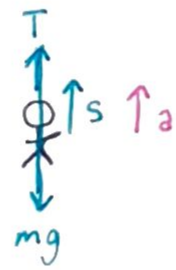
$\boxed{\text{Uppgift 8.5}}$



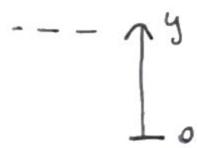
Lösning

1) Frilägg:

Mannen:



2) koordinatsystem:



$a = \ddot{y}$

3) Rör. ekv:

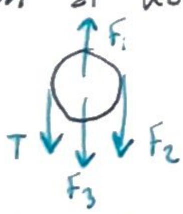
$y: \quad m\ddot{y} = T + S - mg$

4) Lös ekvationen:

$$a = \ddot{y} = \frac{T + S - mg}{m} = \frac{1}{m}(T+S) - g \quad (1)$$

Bara T som är känd $\rightarrow$ gå tillbaka till friläggning för def av S

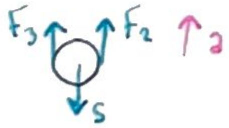
Trissa 1:



Jämvikt $\rightarrow F_1 = T + F_2 + F_3$

$T = F_2$

Trissa 2:



Rör. ekv: $ma = F_2 + F_3 - S \rightarrow S = F_2 + F_3 - ma$

$F_2 = F_3 \Rightarrow S = 2F - ma = 2T - ma \quad (2)$

Insättning av (2) i (1) → $a = \frac{1}{m}(T+2T-m_2 a) - g$

Om $m_2 << m$ → $\frac{m_2 a}{m} \approx 0$

(Trissa 2 ej i jämvikt, om 2 i jämvikt gäller facits svar.)

→ $a = \frac{3T}{m} - g$

Tips! kolla alltid alla enheter i svaret för att se så enhetsanalysen gäller

$T < \frac{mg}{3}$ → $a < 0$

$T > \frac{mg}{3}$ → $a > 0$

$T = \frac{mg}{3}$ → jämvikt, $a = 0$

Naturliga koordinater:

$\hat{n}: \frac{mv^2}{\rho} = F_n$

$\hat{t}: m\dot{v} = F_t$

$\hat{b}:$

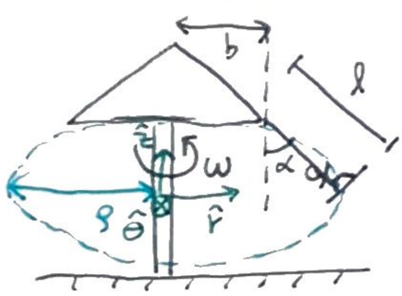
Cylindriska koord:

$\hat{r}: m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = F_r$

$\hat{\theta}: m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = F_\theta$

$\hat{z}: m\ddot{z} = F_z$

$\boxed{\text{Uppgift 8.42}}$

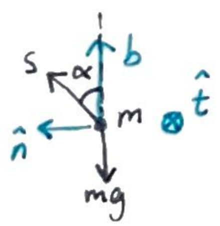


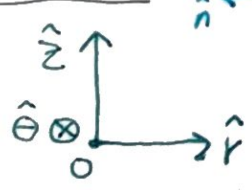
Bestäm: $\omega = \omega(\alpha)$

Är α beroende av barnets massa?

Lösning:

1) Frilägg barnet:





2) koordinatsystem: naturliga koordinater $\hat{n}, \hat{t}$

2) cylinderkoordinater:

$\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{z}$

3)
$$\begin{cases} \hat{r}: \ m(\cancel{\ddot{r}} - r\dot{\theta}^2) = -S\sin\alpha & (1) \\ \hat{\theta}: \ m(\cancel{r\ddot{\theta}} + \cancel{2\dot{r}\dot{\theta}}) = 0 & (2) \\ \hat{z}: \ \cancel{m\ddot{z}} = S\cos\alpha - mg & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m\rho\omega^2 = -S\sin\alpha \\ 0 = 0 \\ 0 = S\cos\alpha - mg \end{cases}$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{konstant} \rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

$$z = \text{konstant} \rightarrow \dot{z} = \ddot{z} = 0$$

Ekv (1) $\rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{S\sin\alpha}{m\rho}}$

Ekv (3) $\rightarrow S = \dfrac{mg}{\cos\alpha} \rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{\frac{mg}{\cos\alpha}\sin\alpha}{m\rho}} = \sqrt{\dfrac{g\tan\alpha}{\rho}}$