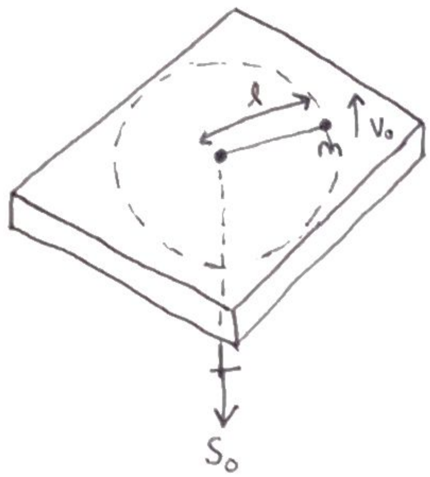
Mekanikföreläsning 4.6.2. Carlo $^3/_{5}$-18 Tors

$\boxed{\text{Uppgift 10.9}}$

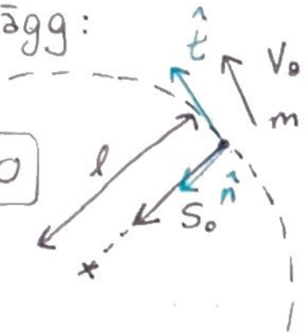


Snörets längd på plattan minskas långsamt till $l/3$. Då behövs en ny kraft S_1.
<u>Sökta:</u> S_0 & S_1 samt arbetet U_{0-1} som krävs för förflyttningen från l till $l/3$

<u>Lösning:</u>

Frilägg:

Läge 0



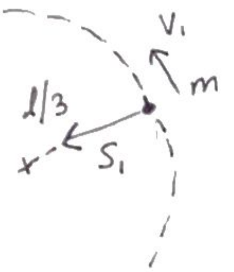
<u>Naturliga komponenter</u>

kraftekvationer:

$$\begin{cases} \hat{n}: & m \cdot \dfrac{V_0^2}{l} = S_0 \qquad (1) \\ \hat{t}: & m \cdot \dot{V}_0 = 0 \qquad \Rightarrow V_0 = \text{konstant} \end{cases}$$

$$\text{Ekv (1)} \Rightarrow \boxed{S_0 = \frac{m V_0^2}{l}}$$

Läge 1



kraftekvationer:

$$\begin{cases} \hat{n}: & \boxed{m \dfrac{V_1^2}{l/3} = S_1} \qquad (2) \\ \hat{t}: & m \dot{V}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ekv (2)} \rightarrow S_1 = \frac{m V_1^2}{l/3} = \frac{3m}{l} V_1^2$$

<u>Energiprincipen mellan läge 0 & 1:</u>

$$\Delta E = U \qquad E = T + V \qquad \begin{cases} T = \frac{1}{2} m v^2 \\ V = 0 \end{cases}$$

$$E_1 - E_0 = U_{0-1} \leftarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}$$

$$E_1 - E_0 = T_1 - T_0 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$U_{0-1} = \int_{l}^{l/3} \underset{\text{saknas}}{\underset{\uparrow}{S(r)}}\cdot dr$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = U_{0-1}} \qquad (3)$$

<u>Rörelsemängdsmomentprincipen:</u>

$\dot{H}_0 = \underbrace{M_0}_{=0}$ <u>Tips:</u> Börja med att kolla upp M_0

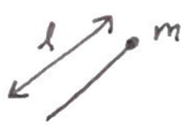
$\Rightarrow H_0 =$ konstant (H_0 är en bevarad storhet)

$$H_{0,0} = H_{0,1}$$

$$\vec{H}_{0,0} = \vec{r} \times \vec{p} = r\cdot p \cdot \sin\theta = \underset{l}{\underset{\uparrow}{r}} \cdot m\underset{v_0}{\underset{\uparrow}{v}} \cdot \sin \underset{90^\circ}{\underset{\uparrow}{\theta}} = l\cdot mv_0$$

$$|\vec{H}_{0,1}| = \frac{l}{3}mv_1$$

<u>Läge 0:</u>



$$I_0 = ml^2, \quad H_0 = I_0 \underset{v_0/l}{\underset{\uparrow}{\omega_0}} = ml^2 \cdot \frac{v_0}{l} = mlv_0$$

$$H_0 = \text{konstant} \rightarrow \cancel{l}\cancel{m}v_0 = \frac{\cancel{l}}{3}\cancel{m}v_1 \Rightarrow \boxed{v_1 = 3v_0} \qquad (4)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{3m}{l}v_1^2 = \frac{3m}{l}(3v_0)^2 = \frac{27m}{l}v_0^2$$

$$U_{0-1} = \frac{1}{2}m(3v_0)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 4mv_0^2$$

Kapitel 11 - Impuls & stöt

Principer: $\begin{cases} \dot{\vec{p}} = \vec{F} & \text{, där } \vec{p} = m\vec{V} \text{ (translation av masscentrum)} \\ \dot{\vec{H}}_o = \vec{M}_o & \text{, (rotation kring masscentrum)} \end{cases}$

Diffekvation som beskriver rörelsen momentant.

Ibland är det användbart att betrakta genomsnittliga förändringar under ändliga tidsintervallet $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} 1 \, d\vec{p} = \int_{t}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt}$$

impulslagen

Kraftimpuls

Specialfall: $\vec{F}(t) = \text{konstant} = \vec{F}$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt = \vec{F} \int_{t_1}^{t_2} dt = \vec{F} \cdot (t_2 - t_1) = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t}$$ (Om $\vec{F}$ konstant)

$$\Rightarrow \boxed{\Delta \vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt}$$

$$\vec{H} = \vec{M}_o \Rightarrow \int_{\vec{H}_{o1}}^{\vec{H}_{o2}} d\vec{H}_o = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_o(t)\, dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{H}_{o2} - \vec{H}_{o1} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_o(t)\, dt}$$

Impulsmomentlagen

Momentimpuls

Specialfall nr 1:

$$M_o(t) = \vec{M}_o = \text{konstant} \Rightarrow \boxed{\vec{H}_{o2} - \vec{H}_{o1} = \vec{M}_o \cdot \Delta t}$$

Specialfall nr 2:

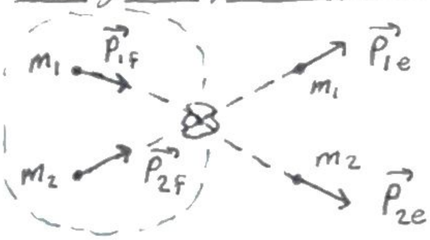
Om impulsen/motimpulsen = 0 $\rightarrow \begin{cases} \Delta\vec{p} = 0 & \Rightarrow \vec{p} = \text{konstant} \\ \Delta\vec{H}_o = 0 & \Rightarrow \vec{H}_o = \text{konstant} \end{cases}$

När kan det ske?

1) $\vec{F} = 0$ resp. $\vec{M}_o = 0$ (se tidigare ex)

2) Δt är mycket litet $\rightarrow$ Kollisioner (stötar), där rörelseförändringen sker väldigt snabbt.

Enligt impulslagen:



Sid 310

OBS! Studstalet ingår ej